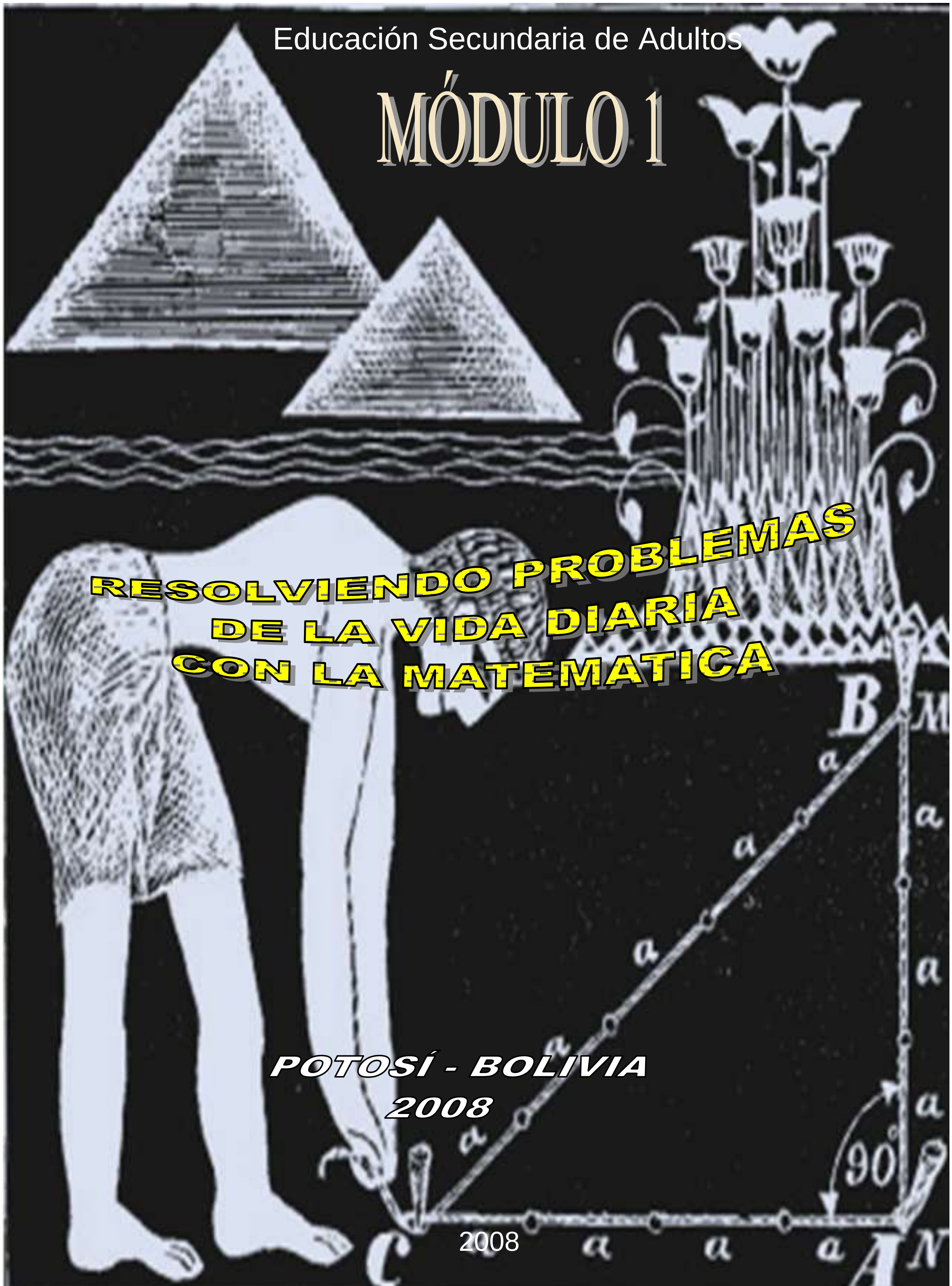
Educación Secundaria de Adultos

MÓDULO 1

RESOLVIENDO PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA CON LA MATEMATICA



POTOSÍ - BOLIVIA

2008

2008

MÓDULO

MATEMÁTICA

RESOLVIENDO PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA CON LA MATEMATICA

COMPETENCIA

Aplica los conocimientos de la matemática, utilizando el razonamiento lógico para resolver problemas de la vida diaria.

Módulo

COMISION EPISCOPAL DE EDUCACIÓN - CEE
FACILITADORES DE EDUCACIÓN RURAL INTEGRAL ALTERNATIVA -
Red FERIA
Resolviendo problemas de la vida diaria con la matemáticas
Educación Secundaria de Adultos
Matemáticas

Elaborado por: CEA Juan Ramón Alcalde (Sacaca)

Revisión y complementación: René Ticona.
Equipo Nacional de la Red FERIA

Coordinación: Agustina Quispe M.
Equipo Nacional de la Red FERIA

Auspiciado por: Broederlijk Delen
Red FERIA - Coordinadora Regional Potosí

CEAs - CETHAs de la CRF Potosí:

CEA - CETHA Chayanta
CEA - CETHA Toropalca
CEA - CETHA Chiro K´asa
CEA - CETHA Caripuyo
CEA - Policarpio Colque
CEA - Pocoata
CEA - Hnos. Katari
CEA - Ocurí
CEA - CETHA Juan Ramón Alcalde
CEA - CETHA Colquechaca
CEA - Santa Rita
CEA - Otuyo

Dirección: Calle Potosí No. 814, Edif. Conferencia Episcopal Boliviana, 5to. Piso
Tel.: 2409000 - 2406882
Fax: 2407145
Email: redferia@bolivia.com / info@redferia.org
Página Web: www.redferia.org
2008
La Paz - Bolivia

CEA: Centro de Educación Alternativa
CETHA: Centro Educativo Técnico, Humanístico, Agropecuario
CRF: Coordinadora Regional de FERIA

ÍNDICE

PRESENTACION

Distinguidos/as facilitadores/as y estimados/as participantes: Les presentamos este módulo como una propuesta y una alternativa para encaminar sus conocimientos y llevarlos a la practica, con la esperanza de construir un país más digno para todos(as).

Las matemáticas, para que tengan un valor significativo, deben conectar la exactitud y precisión de la ciencia con la vida, es decir, deben favorecer la resolución de problemas y situaciones inherentes al quehacer vital de los estudiantes.

Por eso, en este módulo procuramos que los temas, ejemplos, ejercicios y prácticas sean agradables, divertidas, ágiles y sirvan para desarrollar el razonamiento, el análisis y la comparación.

Esperamos que estudiar esta asignatura sea un verdadero placer y que disfruten del universo perfecto de los números. No olviden que nunca es tarde para aprender y que solo la educación nos permitirá superar los grandes desafíos de la vida.

Estamos seguros que estás comprometido/a y decidido/a a trabajar para conseguir una educación más provechosa a lo largo de tu vida.

"NO SON LAS PÉRDIDAS NI LAS CAÍDAS LAS QUE PUEDEN HACER FRACASAR NUESTRA VIDA, SINO LA FALTA DE CORAJE PARA SEGUIR ADELANTE" *V.M.Samael*

MÓDULO 1

RESOLVIENDO PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA CON LA MATEMATICA

UNIDAD TEMATICA 1

INTRODUCION AL ALGEBRA

INDICADOR

Utiliza las operaciones básicas algebraicas para resolver problemas cotidianos

1. INTRODUCCIÓN AL ALGEBRA

"Piensa un número cualquiera. Multiplícalo por 5. Suma al resultado 20. Divídelo por 5. Súmale 6. Si me das el resultado te digo el numero que has pensado".

¿Cómo nos puede ayudar el algebra a resolver esta adivinanza?

Querido(a) participante, con el estudio del álgebra podrás representar, comunicar y resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana utilizando el lenguaje algebraico.

¿Qué es el algebra?

- El álgebra es parte de la matemática que estudia las cantidades de modo general y utiliza letras para representarlas.

En la aritmética, las cantidades se expresan por medio de números y estos tienen un valor fijo.

Por ejemplo:

: 

El número 5 solo expresa el valor CINCO y para expresar un valor mayor o para expresar un valor menor que 5, habrá que escribir otro número.

En álgebra, las cantidades se representan por medio de letras y estas expresan valores generales. En el álgebra se utilizan también cifras.

Por ejemplo: La letra "a" puede representar el valor que nosotros queremos darle. Puede ser 20, 5, 1, 0, etc.

Cuando en un problema a una letra se le da cierto valor, digamos cinco, esta letra solo representará este número y no otro.

Si decimos: $a^3 = a \times a \times a$ y $a = 5$

Entonces en cada lugar del "a" debemos reemplazarlo por 5:

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

Observa el siguiente ejemplo:

Julián usa lenguaje numérico

Numero → 5

Doble → 10

Suma → 15

Ahora $15 \div 3 = \mathbf{5}$

Resultado 5

Le resulta 5, es decir, el mismo numero

Eulogia usa lenguaje algebraico

Numero x

Doble $2x$

Suma → $3x$

Ahora $3x \div 3 = \boldsymbol{x}$

Resultado *x*

Le resulta *x*, es decir, el mismo número

Si a un número entero sumamos su doble y el resultado lo dividimos por 3, ¿qué número resulta?

Observa como han hecho el problema Julián y Eulogia.

- Julián elige un número entero **(5)**, le suma su doble **(10)** y el resultado **15** lo divide por **3**. Al final su resulado es **5.**
- Eulogia designa por ***x*** un número entero cualquiera, le suma su doble **(2 . *x*)** y el resultado **(3 . *x*)** lo divide por **3**. Al final le resulta ***x*.**

El resultado de Eulogia es mas general que el de Julián porque el resultado de Eulogia vale para cualquier número entero.

Los signos en el álgebra

Tal como en aritmética, utilizamos los siguientes signos:

+	suma	por ej. : a + b

-	resta	por ej. : $a - b$		
X (·)	multiplicación	por ej. : $a \times b$		

¡Ojo!

Podemos reemplazar el signo X por · o simplemente omitir (ya no escribirlo). En el álgebra, generalmente no se escribe el signo "X" para no confundirlo con la letra equis.

$$2 \times a \times b = 2 \cdot a \cdot b$$

$$= 2ab$$

÷	división	por ej:	$a : b$
		o también	a / b
base a^{n} exponente	potenciación	por ej:	a^3
$\sqrt{\ }$	radicación	por ej:	$\sqrt[2]{a}$

=	Se lee:	IGUAL A	p.ej.	$a + c = d$
>	Se lee:	MAYOR QUE	p.ej.	$a > b$
<	Se lee:	MENOR QUE	p.ej.	$a < b$

También utilizamos signos de agrupación:

( ) Paréntesis ordinario

[ ] Paréntesis angular o corchete

{ } Las llaves

Estos signos indican que operación entre ellos debe realizarse primero.

Recordemos:

PRIMERO: Debemos resolver lo que está dentro del paréntesis.

SEGUNDO: Resolver lo que está dentro del corchete.

TERCERO: Resolver lo que está dentro de las llaves

Ley de signos

Existe la ley de signos que debe cumplirse y tu debes tomar en cuenta, porque es muy importante para realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de expresiones algebraicas.

1. $(+) \cdot (+) = +$
2. $(-) \cdot (-) = +$
3. $(+) \cdot (-) = -$
4. $(-) \cdot (+) = -$

Este cuadro que observas es la ley de signos que nos quiere decir que:
Los signos iguales se suman

$(+) \cdot (+) = +$

$(-) \cdot (-) = +$

Y que los signos diferentes se restan

$(+) \cdot (-) = -$

$(-) \cdot (+) = -$

En el caso de la multiplicación y división, la ley de signos se reduce a lo siguiente: el producto de signos iguales es positivo **(+)** y el producto de signos diferentes es negativo **(–).**

Para acostumbrarnos a las expresiones algebraicas realizaremos los siguientes ejercicios, pero juntos resolveremos uno de ellos

Ejercicio 1

Un grupo de amigos desean realizar una fiesta y para ello necesitan comprar un pollo para la comida, cada uno dará todo el dinero que tienen: para empezar, Arturo aporta Bs. 11, Beatriz da Bs. 15, Carlos da Bs. 7 y Denis aporta con Bs.9.

Pero Eulogia pide prestado Bs. 5 para comprar condimentos. ¿Cuánto de dinero tienen para comprar el pollo?

Ahora, en el siguiente ejercicio ya planteado (a + b + c + d) **-** e remplazaremos las letras que llegan ser las iniciales de los nombres por su valor o el dinero que tienen y de esta forma resolveremos el ejercicio.

Si

Adrián	Beatriz	Carlos	Denis	Eulogia
↑	↑	↑	↑	↑
a= 11	b=15	c= 7	d= 9	e = -5

Reemplazamos en : (a + b + c + d) + e =

$$\underbrace{(11 + 15 + 7 + 9)}_{} + (-5) =$$

$$\underbrace{(42) - 5}_{} =$$

$$37$$

El grupo de amigos cuenta con Bs. 37 para comprar carne de pollo.

Bien, en los siguientes ejercicios reemplaza los valores ya designados, o sea el dinero de los amigos del grupo:

Adrián	Beatriz	Carlos	Denis	Eulogia
↑	↑	↑	↑	↑
a= 11	b=15	c= 7	d= 9	e = -5

Debes tomar en cuenta los signos de agrupación y las operaciones que se debe realizar.

2. $[a \cdot (d - c)] - 2 =$
3. $a b - c d + e =$
4. $a^2 - b^2 =$
5. $\{[(a - b) + 9] + 5\} 8 =$
6. $\dfrac{\{-b(a + d)\} c}{2}$

Ahora para hacer más interesante la práctica de estos ejercicios trabaja en grupo de 5 ó 4 personas y con la ayuda de tu facilitador midan la estatura de cada integrante del grupo para luego reemplazar en los ejercicios propuestos.

Por ejemplo: si Álvaro mide 1,40 [mt] y Enrique mide 1,45 [mt],

Entonces: A = 1,4 y E = 1,45 (o se puede designar con cualquier letra a un compañero para reemplazar en los ejercicios.)

Ejercicio 2:

1. $[(A^2 \cdot B \cdot C) + (D \cdot E)]^2$
2. $\sqrt{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}} + \dfrac{2 \cdot A \cdot C}{D} - (3 \cdot D)$
3. $\left[\sqrt{\dfrac{2 * B * A + 2 * C * A + 2 * D * A}{2 * A}}\right]^2$
4. $(A \cdot B - C \cdot B) + (D \cdot A - D \cdot B) + (E \cdot A - C \cdot E)$

2. OPERACIONES ALGEBRAICAS

Para realizar suma y resta con términos algebraicos debemos saber qué es un término algebraico.

¿Qué entendemos por término algebraico?

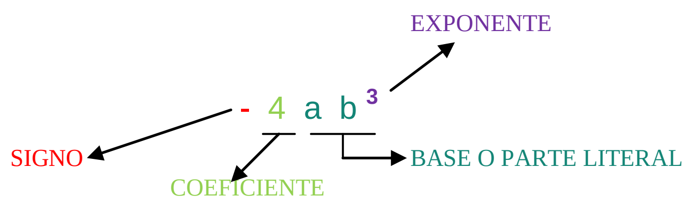
Se llama **término algebraico**, a toda expresión matemática formada por una parte numérica y una parte literal, que contienen productos y cocientes, potencias y radicación de números y letras; además no deben estar separadas entre sí por el signo (+) o (-).

Ej.

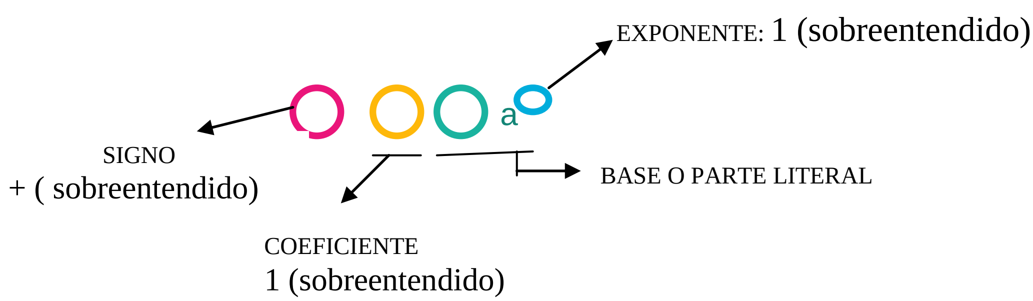
-4ab ; **(a+b)(a-b);** $\sqrt{a^2 + b^2}$

Las diferentes partes de un término algebraico son:

Un término algebraico tiene varias partes:



Si escribo solamente la letra "a" también es un término algebraico.



o sea**: a = + 1 a** ^{1}

NOTA:.

Sobreentendido quiere decir que no lo escribimos porque no necesita colocar: se sobreentiende el número o el signo.

Ahora practiquemos:

TERMINO ALGEBRAICO	SIGNO	COEFICIENTE	PARTE LITERAL	EXPONENTE
$-4ab^3$	–	4	ab	3 con relación en b
c d				
$7mn^4$				
$46x^4y$				

¿Qué entendemos por expresión algebraica?

Se da el nombre de expresión algebraica a la combinación de números y letras sometidas a las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Ej.

$$\sqrt{a^2+b^2} + 3b \quad ; \qquad \frac{1}{2}m^3 n^3 + 2n - n$$

Clasificación de expresiones algebraica

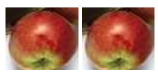
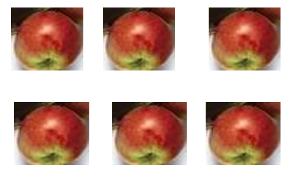
Una expresión algebraica se la puede llamar monomio, binomio, trinomio o polinomio según el caso.

- **Monomio** es una expresión algebraica que consta de un solo término (mono quiere decir uno).
- **Binomio** es una expresión algebraica que consta solo de dos términos (bi significa dos).
- **Trinomio** es una expresión algebraica que consta de tres términos (tri significa tres).

- **Polinomio** es una expresión algebraica que consta de dos o más términos (poli significa muchos).

¿Cómo sumamos o restamos expresiones algebraicas?

Ejemplo 1 : Suponemos que queremos sumar manzanas:

3 Manzanas + 2 manzanas + 1 manzana = 6 manzanas

Reemplazaremos las manzanas por letras:

$$3m + 2m + 1m = 6m$$

También podemos acomodarlo en columna:

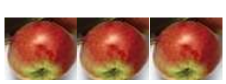
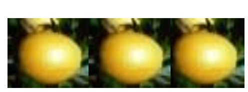
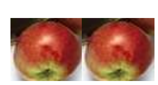
$$\begin{array}{rr} & 3m \\ + & 2m \\ & 1m \\ \hline & 6m \end{array}$$

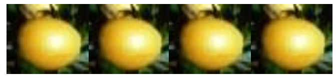
Vemos que la letra m se ha mantenido y las cantidades se han sumado.

¡OJO!

Sólo se puede hacer esto cuando en todos los términos la letra es la misma.

Veamos otro ejemplo ahora:

 +  + 

 +  = **?**

Tengo 3 manzanas 3, naranjas, 2 manzanas 1 manzana y 4 naranjas, voy a sumar y reemplazar donde dice manzana por la letra m y donde dice naranjas por la letra "n"; entonces tengo.

$$3m + 3n + 2m + 1m + 4n = \ ?$$

Aquí debemos sumar manzanas con manzanas y naranjas con naranjas.

$$\begin{array}{r} 3m \\ +\ 2m \\ \underline{1m} \\ 6m \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} +\ 3n \\ \underline{4n} \\ 7n \end{array}$$

O sea: tengo 6 manzanas y 7 naranjas.

$$3m + 3n + 2m + 1m + 4n = \underline{6m + 7n}$$

De la misma forma podemos resolver una resta de expresiones algébricas.

En resumen, podemos decir que:

> Para sumar **dos o más expresiones algebraicas** se suman los términos semejantes y se dejan indicadas las sumas de los que no lo son.

Ejemplo 2: ¿que interpretación le podríamos dar a la expresión?

$$7a + 5b + 2a - 3b$$

En primer lugar, que tenemos "unidades distintas" de cosas, que hay objetos de la clase "a" y objetos de la clase "b", donde por ejemplo "a" represente "un anillo" y "b" represente "una bota", pero también observamos que existe el signo de la resta (**-**) en los objetos de la clase b, por tanto podemos entender que de cinco botas que teníamos se gastaron tres, de manera que la expresión sea:

$$\underline{7a} + 5b + \underline{2a} - 3b$$

Sumo

$$\begin{array}{r} 7a \\ +\ 2a \\ \hline 9a \end{array}$$

Resto

$$\begin{array}{r} 5b \\ -\ 3b \\ \hline 2b \end{array}$$

Puede significar que, en total tengo 9a (nueve anillos) y 2b (dos botas). Observa que cada una de las operaciones efectuadas, la suma de los términos en "a", y la resta de los términos en "b", tienen su respectiva interpretación.

De la misma forma podemos decir que:

La resta de **dos expresiones semejantes** es otro término semejante cuyo coeficiente es la resta de los coeficientes.

Sumar o restar los términos que tienen la misma letra (la misma unidad, diremos nosotros) es lo que los profesores de matemáticas llamamos "**reducir los términos semejantes**".

EJERCICIOS 1

Resuelve los siguientes ejercicios.

1. 6a – 8b + 10b - 3a
2. 105a – 23a – 22b – 19b +241b
3. 3a – 7b – a – (6b + c + 8a)

Ahora apliquemos a los problemas de la vida diaria.

4. Suponga que usted tiene 2 billetes de 10 Bolivianos (20 bolivianos) y tiene tres monedas de 20 centavos (60 centavos). ¿Cómo puede usted expresar la suma total de estas cantidades de dinero mediante una expresión algebraica?

5. Suponga que usted tiene 5 arrobas de papa y tiene 7 kilos de la misma papa. ¿Cómo puede usted expresar la suma total de estas cantidades de papa mediante una expresión algebraica?

   Para conocimiento general : La arroba equivale a 11,5 kg.

6. En un canchón existen 150 ovejas negras, 65 ovejas blancas y 20 ovejas manchadas. De las cuales se deben repartir entre 2 pastores, el pastor 1 se llevará las 20 ovejas manchadas y además la mitad de las negras y la mitad de las blancas. ¿Con cuántas ovejas se ira el pastor 2 ?

Multiplicación de expresiones algebraicas

Multiplicación de un número por un término (monomio).

- El producto (multiplicación) de un número por un término (monomio) es otro término con la misma parte literal, o sea con las mismas letras y con un coeficiente igual al producto (multiplicación) del número por el coeficiente.
- Los signos se multiplican utilizando la ley de signos.

Por ejemplo:

Una vaca cuesta ***x*** bolivianos.

CANTIDAD ***COSTO DE LA VACA***

Vaca

X

Grupo de 6 vacas

$6 \cdot X = 6X$

4 grupos de 6 vacas

$4 \cdot (6 \cdot X) = 24 \cdot X = 24X$

✓ Observa el siguiente ejercicio que tiene relación con el gráfico:

$$4 \cdot (6X) =$$

✓ Multiplicamos 4 por el coeficiente del término que llega a ser 6, entonces tenemos:

$$4 \cdot 6 = 24$$

✓ Y copiamos la parte literal, asi;

$$4 \cdot (6X) = 24X$$

Multiplicación de dos términos (monomios)

- La **multiplicación de dos términos (monomios)** es otro término cuyo coeficiente es el producto (multiplicación) de los coeficientes y tomando en cuenta que si existe semejante o igual parte literal se suman sus exponentes.
- Los signos se multiplican utilizando la ley de signos.

Ejemplo: tenemos la siguiente multiplicación.

$$(2x) \cdot (5xy)$$

✓ Entonces multiplicamos los coeficientes, que en este caso llegan a ser :

$$2 \cdot 5 = 10$$

✓ Luego multiplicamos la parte literal, pero si observamos se repite la ***(x)*** en ambos términos, por tanto se suman sus exponentes:

$$(2\ x) \cdot (5\ x\ y)$$

Exponente 1

Por tanto tenemos:

$$x^{1+1} = x^2$$

En el caso de la ***(y)*** solo lo copiamos porque no tiene otro término semejante para realizar la suma.

Finalmente la respuesta es la siguiente:

$$(2x) \cdot (5xy) = \boxed{10x^2y}$$

- **Multiplicación de dos o mas expresiones algebraicas (polinomios)**

> ❖ La **multiplicación de dos o más términos (polinomios)** es otra expresión que se obtiene de multiplicar cada término de una de ellas por cada uno de los de la otra y reducir los términos que sean semejantes.
>
> ❖ Los signos se multiplican utilizando la ley de signos.

Ejemplo: tenemos la siguiente multiplicación.

$$(5xy^2 + 3x - 7xy^2) \cdot 2xy$$

Al igual que en los anteriores casos, multiplicaremos los coeficientes y sumaremos los exponentes de la parte literal semejante.

> Primeramente multiplicamos $5xy^2$ con $2xy$ como si fuera una multiplicación de dos términos
>
> $(5xy^2 + 3x - 7xy^2) \cdot 2xy$
>
> El resultado es el siguiente:
>
> $$5xy^2 \cdot 2xy = 10x^2y^3$$

Ahora multiplicamos $3x$ con $2xy$	finalmente multiplicamos $7xy^2$ con $2xy$
$(5xy^2 + 3x - 7xy^2) \cdot 2xy$	$(5xy^2 + 3x - 7xy^2) \cdot 2xy$
El resultado es el siguiente:	El resultado es el siguiente:
$(3x) \cdot 2xy = 6x^2y$	$(-7xy^2) \cdot 2xy = -14x^2y^3$

Los resultados son:

$$(5xy^2 + 3x - 7xy^2) \cdot 2xy = 10x^2y^3 + 6x^2y + 14x^2y^3$$

Observamos en el resultado existen términos semejantes, estos los reduciremos, o sea restaremos ya que el termino $10x^2y^3$ es positivo y $-14x^2y^3$ es negativo.

$$= 10x^2y^3 + 6x^2y - 14x^2y^3$$

Entonces tenemos:

$$\begin{array}{r} -14x^2y^3 \\ +10x^2y^3 \\ \hline -4x^2y^3 \end{array}$$

El resultado es:

$$(5xy^2 + 3x - 7xy^2) \cdot 2xy = \boxed{6x^2y - 14x^2y^3}$$

EJERCICIOS 2

1. Tenemos 6 arrobas de papa, cada arroba cuesta 30 bolivianos; una señora quiere comprar tres arrobas y media. ¿Cuánto deberá pagar?

2. La cosecha de este año dio como resultado lo siguiente: 50 arrobas de papa, 20 arrobas de zanahoria, 10 arrobas de haba. Sabiendo que:

   La arroba de papa cuesta 30 Bs.

   La arroba de zanahoria 20 Bs.

   La arroba de haba 15 Bs.

   ¿Cuánto dinero se ganará si se vende todo lo cosechado?

3. Se tiene un terreno de 20 mts de largo y 53 mts de ancho. ¿Cuántos metros cuadrados se tiene en total?

División de expresiones algebraicas

- **División de dos monomios**

La **división de dos monomios,** donde el monomio del dividendo contiene todas las letras del divisor con exponentes mayores o iguales, es otro monomio que tiene por coeficiente el cociente de los coeficientes y que tiene por parte literal cada una de las letras con exponente igual a la diferencia de los exponentes.

Por ejemplo:

Si una manada de vacas cuesta 23520 Bs. ¿Cuántas vacas tiene la manada si cada vaca cuesta 980 Bs?

CANTIDAD	***IMPORTE TOTAL***	***NUMERO DE VACAS***
	980x	$\frac{980x}{980x}$ = 1 vaca
	$2 \cdot 980X = 1960X$	$\frac{1960x}{980x}$ = 2 vacas
	$6 \cdot 980X = 5880X$	$\frac{5880x}{980x}$ = 6 vacas
 ?	23520X	$\frac{23520X}{980X}$ = 24 vacas

RESPUESTA. La manada tiene 24 vacas.

División de una expresión entre un monomio

Para **dividir una expresión entre un monomio** se divide cada término de la expresión entre el monomio y si existe semejante parte literal sus exponentes se restan.

Ejemplo: tenemos la siguiente división:

$$\frac{9a^6 + 24a^5}{3a^4}$$

Lo primero que tenemos que hacer es dividir cada término ($9a^6$) y ($24a^5$) entre el monomio ($3a^4$), pero solo se dividirán los cocientes, en este caso 9/3 y 24/3. Así, por ejemplo:

$$9a^6 + 24a^5 \;\big|\; 3a^4$$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ \hline (0) & 3 \end{array}$$

Y en el caso de la parte literal (a^6) y (a^4) restamos sus exponentes, de esta forma:

$$a^{6-4} = a^2$$

por tanto el resultado es:

$$9a^6 + 24a^5 \quad 3a^4 = 3\,a^2$$

Ahora dividiremos:

$$9a^6 + 24a^5 \;\big|\; 3a^4$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 3 \\ \hline (0) & 8 \end{array}$$

Y en el caso de la parte literal (a^5) y (a^4) restamos sus exponentes, de esta forma:

$$a^{5-4} = a^3$$

por tanto el resultado es:

$$9a^6 + 24a^5 \quad 3a^4 = 8\,a^3$$

Por tanto, el resultado es:

$$\frac{9a^6 + 24a^5}{3a^4} \quad \boxed{= 3\,a^2 + 8\,a^3}$$

EJERCICIOS 3

1. Si una caja de refrescos cuesta 48*x* Bs. ¿Cuántas latas contiene la caja si cada refresco cuesta 2*x* Bs?

2. Se llamamos x a la edad que tiene una persona, expresa de forma algebraica.

a) La edad que tenía hace 10 años.

b) La edad que tendrá dentro de 9 años.

c) El número de años que ha cumplido desde los 15.

d) Los años que le faltan para cumplir 70 años.

e) Los años que le faltan para tener el doble de edad que tiene.

3. Si x representa una cantidad de bolivianos, completa cada una de las frases de modo que correspondan a la expresión algebraica:

a) Expresión algebraica: x

Isabel tiene ……………………. Bolivianos.

b) Expresión algebraica: 2 * x

Antonio tiene el ……………………. de Bolivianos que Isabel.

c) Expresión algebraica: x - 100

Pedro tiene ……………………. Bolivianos menos que Isabel.

d) Expresión algebraica: 2 * x + 500

Ana tiene ……………………. Bolivianos mas que Antonio.

TALLER

Con la ayuda de un flexómetro se medirá la estatura de cada uno de los estudiantes, seguidamente se ubicará al estudiante más alto de la clase y se anotará su estatura como referencia para todos.

El resto de los estudiantes deberán hallar la diferencia de la estatura que les falta para alcanzar al más alto. Con este valor deberá multiplicar por un número x para cada estudiante, de tal forma que esta multiplicación nos de aproximadamente la estatura del estudiante más pequeño.

Educación Secundaria de Jóvenes y Adultos

MÓDULO 1

RESOLVIENDO PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA CON LA MATEMATICA

UNIDAD TEMATICA 2

ECUACIONES ALGEBRÁICAS

INDICADOR

Emplea los conocimientos de ecuaciones algebraicas para su aplicación en la resolución de problemas de comercialización y producción.

1. ECUACIONES ALGEBRAICAS

Un buen día, Tiburcio y Magdalena pasan frente a una tienda de aguayos.
Tiburcio: oye Magdalena, ¿guardas todavía aquellos aguayos tejidos por ti?

Magdalena: Pues no. Le regalé la mitad a mi amiga Sofía. Y después presté dos aguayos a mi amiga Lucía. Así que ahora me queda un aguayo. Y te lo regalaré si averiguas cuántos aguayos tenía al principio.

¿Cómo podemos ayudar a Tiburcio a ganarse el aguayo?

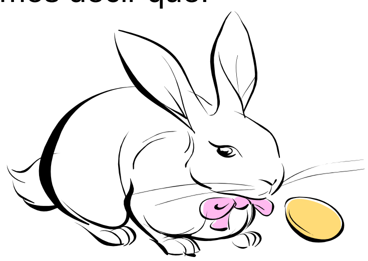
Con el estudio deecuaciones algebraicas podrás usar y valorar la traducción de enunciados al lenguaje algebraico como medio eficaz para plantear, sintetizar y resolver problemas de la vida cotidiana.

¿Qué es una ecuación?

La palabra Ecuación quiere decir IGUALDAD.

Hablamos de igualdad cuando dos cosas tienen el mismo valor o el mismo precio o el mismo peso.

Así podemos decir que:

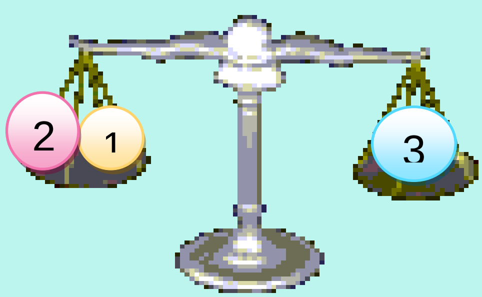


= 15 Bs

Un conejo vale igual que su costo en dinero.

También en la matemática podemos decir que existe igualdad entre los números. Por ej.

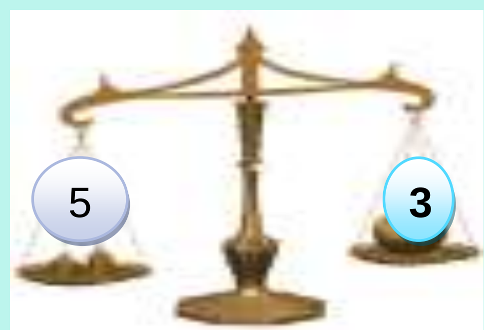
<u>BALANZA 1</u>



2 + 1 **=** 3

Esta balanza está en equilibrio, por tanto existe igualdad.

BALANZA 2



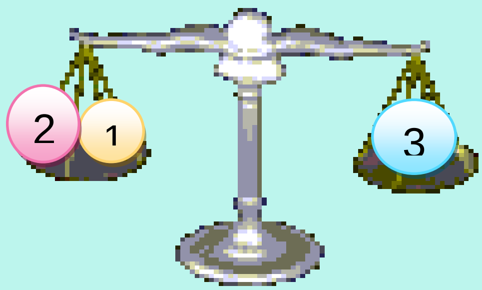
5 **=** 3

Esta balanza no está en equilibrio, por tanto no existe igualdad.

Aquí en la matemática hablamos de ecuaciones o igualdades algebraicas.

Lo podemos comparar con el equilibrio que existe en la ***BALANZA 1*** cuando hay a los dos lados el mismo peso.

BALANZA 1



2kg + 1kg = 3kg

Esta balanza esta en equilibrio por tanto existe igualdad.

- En el lado izquierdo hay dos bolsas 1 bolsa con 1 kg de haba y 1 bolsa con 2 kg de chuño.
- En el otro lado hay 1 bolsa con 3 kg. de papa.

Vemos que la balanza está en equilibrio. Numéricamente se expresa este equilibrio de la siguiente forma.

$$\boxed{1 + 2 = 3}$$

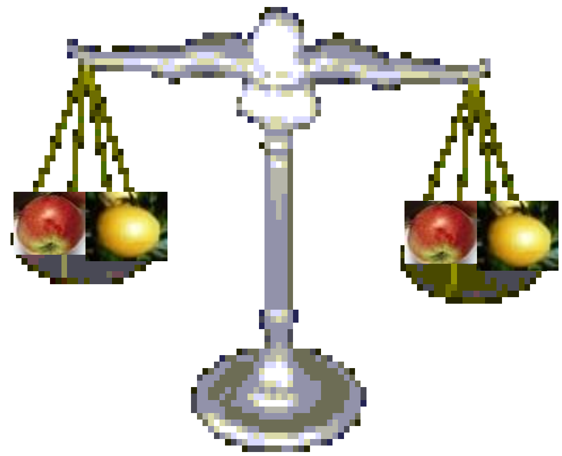
En toda ecuación las cantidades del primer miembro (1 + 2) son iguales a las cantidades del segundo miembro (3).

$$\underbrace{1 + 2}_{1^{o}\text{ miembro}} = \underbrace{3}_{2^{o}\text{ miembro}}$$

Reglas de la igualdad

Existen algunas reglas que nos permiten resolver cualquier tipo de ecuación.

a) Una ecuación algebraica subsiste o permanece cuando sumamos a cada uno de sus miembros el mismo número. Es decir que se mantiene el equilibrio.

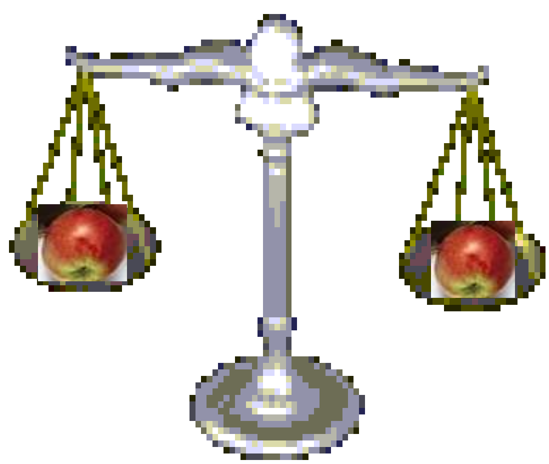


por .ej. : $7 + 2 = 4 + 5 \longrightarrow 9 = 9$

sumamos a cada miembro el número 3

$$7 + 2 + 3 = 4 + 5 + 3 \longrightarrow 12 = 12$$

b) Una ecuación algebraica subsiste cuando restamos de cada uno de sus miembros el mismo número.



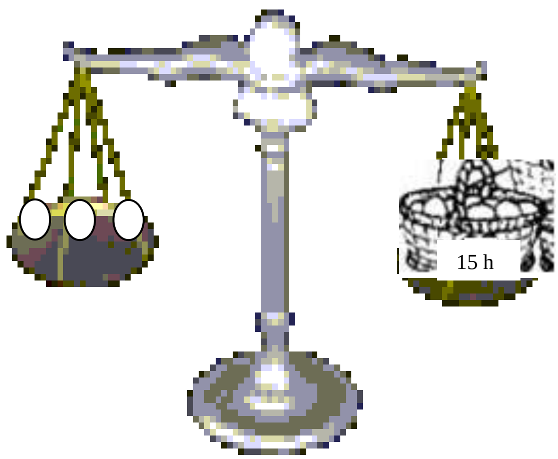
por .ej. : $7 + 2 = 4 + 5 \longrightarrow 9 = 9$

restamos de cada miembros el número 3:

$$7 + 2 - 3 = 4 + 5 - 3 \longrightarrow 6 = 6$$

c)

> El equilibrio de una ecuación algebraica no cambia cuando multiplicamos cada uno de sus miembros con el mismo número.



por .ej. : $7 + 2 = 4 + 5 \longrightarrow 9 = 9$

multiplicando cada miembro por 3 nos da :

$$(7 + 2) \,.\, \boxed{3} = (4 + 5) \,.\, \boxed{3} \longrightarrow 9.3. = 9.\,3$$

$$27 = 27$$

d)

El equilibrio de una ecuación algebraica no cambia cuando dividimos cada uno de sus miembros con el mismo número.

por .ej. : $7 + 2 = 4 + 5 \longrightarrow 9 = 9$

dividimos cada uno de sus miembros por 3:

$$(7 + 2) : 3 = (4 + 5) : 3 \longrightarrow \frac{6}{3} = \frac{6}{3}$$

$$2 = 2$$

En resumen:

UNA ECUACIÓN ALGEBRAICA SUBSISTE CUANDO

- SUMAMOS
- RESTAMOS
- MULTIPLICAMOS
- DIVIDIMOS

CADA UNO DE SUS MIEMBROS CON EL MISMO NÚMERO.

Ley de transposición de términos

CAMBIANDO UN TÉRMINO EN UNA ECUACIÓN DE UN MIEMBRO A OTRO MIEMBRO RESPETANDO LAS REGLAS DE LOS SIGNOS NO CAMBIA EL EQUILIBRIO DE LA EDUCACIÓN.

Explicamos mediante un ejemplo los 4 casos:

(1) <u>En el caso del signo +</u>

Un número positivo, cuando lo cambiamos o trasladamos de un miembro a otro miembro de la ecuación se vuelve negativo.

Por .ej. : $4 + 8 = 10 + 2$

Queremos cambiar 8 al otro miembro

$4 = 10 + 2 - 8$

$4 = 12 - 8 \quad = 4$

(2) <u>En el caso del signo –</u>

Un número negativo cuando lo cambiamos de un miembro al otro miembro de la ecuación, se vuelve positivo.

Por ej.: $13 - 3 = 12 - 2$

$13 = 12 - 2 + 3$

$13 = 10 + 3 = 13$

(3) <u>En el caso del signo *(x)*</u>

Un número que es parte de una multiplicación formará parte de una división cuando lo cambiamos al otro miembro de la ecuación.

Por ej. $4 \times 5 = 10 \times 2$

$$4 = \frac{10 \times 2}{5}$$

$$4 = \frac{20}{5}$$

$$4 = 4$$

(4) <u>En el caso del signo ⁄</u>

En una ecuación con división, el denominador de un miembro será multiplicado cuando lo traspasamos de un miembro al otro.

$$\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

$$2 = \frac{4}{12} \times 6$$

$$2 = \frac{24}{12} = 2$$

Cuando cambiamos el numerador de miembro, entonces éste se convierte en denominador.

$$\frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4}{12\ (2)}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

Cambiamos el numerador 2 al segundo miembro y este se convierte en el denominador. Donde estaba antes el 2, debemos escribir ahora el 1, para que no quede un vacío en este lugar.

4. Ejercicios con suma y resta.

Buscar el número que está subrayado.

P.ej. $6 + \underline{3} = 11 - 2$

3 está subrayado, entonces debemos trasladar todos los demás números al otro miembro.

$$3 = 11 - 2 - 6$$

$$3 = 3$$

En el resultado vemos que hay una igualdad (está en equilibrio).

EJERCICIO 1

Ahora realiza los siguientes ejercicios en tu cuaderno.

1) 3 + 4 - 3 + 9 = 16 - 3

2) 19 - 17 + 13 = 45 - 15 -15

3) 76 - 113 + 40 = 33 - 30

Ejercicios con multiplicación y división

Ejemplo 1: Traspasar un multiplicador.

$$3 \times 2 = 2 + 4$$

$$2 = \frac{2 + 4}{3}$$

Ejemplo 2 :Buscar el numerador.

$$6 \div 2 = 2 + 1$$

$$\frac{6}{2} = 2 + 1$$

$$6 = (2 + 1) \times 2 = 6$$

Ejemplo 3 buscar el denominador.

$$\frac{6}{2} = 2 + 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{(2 + 1)}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

EJERCICIO 2

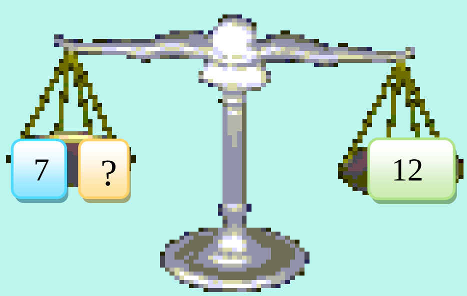
Resuelva ahora las siguientes ecuaciones: Busca el número subrayado:

1. 3 + 4 – 3 + 9 = 16 – 3
2. 19 – 17 + 13 = 45 – 15 – 15
3. 76 - 113 + 40 = 33 – 30
4. 1081 + 25 - 106 = 500 + 700 – 200
5. 345 + 92 – 17 = 200 + 20 + 200
6. 3 * 7 = 42 / 2
7. 9 * 6 = 30 / 24
8. 14 * 2 = 30 – 2

Hasta ahora hemos visto sólo ecuaciones en donde las cantidades de sus dos miembros son conocidas.

Sin embargo, hay también ecuaciones en donde algunas de sus cantidades son desconocidas. Por ejemplo:

BALANZA 1



7 + ? = 12

Por lo tanto, una ecuación puede estar compuesta por cantidades conocidas y cantidades desconocidas.

En este ejemplo necesitamos completar una igualdad como:

$$7 \quad + \quad \boxed{} \quad = \quad 12$$

Escribiendo el valor que falta en el "hueco", escribiremos un **5**, quedando:

$$7 \quad + \quad \boxed{5} \quad = \quad 12$$

La misma cuestión se puede plantear de otra forma: necesitamos hallar un número ***x*** tal que 7 + *x* = 12. Podemos decir que 7 + *x* = 12 es una ecuación. ¿Cómo resolvemos ecuaciones de este tipo?

Para poder resolver este tipo de problemas estudiaremos las Ecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas, pero antes practicaremos lo que aprendimos hasta aquí.

EJERCICIOS 3

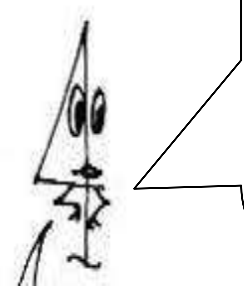
Con tu razonamiento halla el valor de X de los siguientes ejercicios:

1. $\frac{27}{3} + X - 4 = 8$
2. $8 * 3 = X + 20$
3. $5 * X - 10 = 5 * 5 - 2 * 5$
4. $4 * 3 * 2 * 7 = X + 30 + 50 + 20 + 15 + 45$
5. $5 * X * 2 * 3 * -25 = 5 * 3 + 20$

2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

EJEMPLO 1

Un ganadero tiene 60 cabezas de oveja, pero durante el pastoreo el zorro ha espantado a las ovejas, con el resultado de que 43 ovejas se quedaron con el dueño y una cantidad desconocida se perdieron.



Este problema podemos expresarlo en una ecuación algebraica en donde los números expresan las cantidades conocidas y las letras expresan las cantidades.

Entonces :

$$\underbrace{43}_{\text{Nº de ovejas recuperadas}} + \underbrace{x}_{\text{Nº de ovejas perdidas}} = \underbrace{60}_{\text{Nº total de ovejas}}$$

La pregunta que nos hacemos es:

"¿Cuántas ovejas se perdieron?"

Para resolver este problema debemos respetar una regla muy importante que es:

> Las cantidades desconocidas en una ecuación se encuentran en el primer miembro, mientras que las cantidades conocidas se encuentran en el segundo miembro de las ecuaciones.

Entonces resolvemos nuestra ecuación de la siguiente forma.

$$43 + x = 60$$

Trasladamos todo lo que es conocido al segundo miembro.

$$x = 60 - 43$$

1º miembro   2º miembro

Primer miembro: Lo desconocido	**Segundo miembro: Todo lo conocido**

$$X = 17$$

RESULTADO: se perdieron 17 ovejas.

EJEMPLO 2.

La ecuación algebraica es:

$$3x + 24 = X + 36$$

Respetando la regla trasladamos los conocidos a un lado y los desconocidos al otro lado.

$$3x - X = 36 - 24$$

$$2x = 12$$

$$X = \frac{12}{2}$$

$$X = 6$$

NOTA:

Las cantidades desconocidas pueden ser representadas por cualquier letra del abecedario, pero mayormente se utiliza las letras x, y, z.

EJERCICIO 1

1. La suma del doble de la edad de Luis más cuatro años es igual a 32. ¿Cuántos años tiene Luis?

2. Se vende papa a doña Antonia: el día lunes se le vendió 2 arrobas, el día martes 3 arrobas y nos pago 150 Bs. ¿Cuánto cuesta cada arroba de papa?

3. Se tiene un terreno para sembrar haba de un total de 625 m^2. si Si el terreno es de forma cuadrada, ¿cuánto mide cada lado del cuadrado?

4. Cuatro hermanos compran un canchón a 1500 Bs, uno de ellos dio 500 Bs, el otro 300 Bs, el tercer hermano da una cantidad que no se conoce y el cuarto la mitad de lo que dio el tercero. ¿Cuánto dinero entregó el tercer hermano?

5. Se mezclan 2 Kg de harina blanca y *X* Kg (número desconocido) de harina de trigo para hacer pan, pero se derramó 1 kg de harina mezclada y al final se tienen 6 Kg de harina mezclada. ¿Cuántos kilos de harina de trigo se utilizaron?.

3. ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Para resolver ecuaciones de primer grado con dos incógnitas existen métodos que se utilizan, o sea pasos o formas que te ayudan a resolver los problemas de forma más fácil.

De estos métodos solo estudiaremos dos: El método de Sustitución e Igualación.

a) METODO DE SUSTITUCION

Para estudiar este método tomaremos como ejemplo un problema muy interesante:

En un corral hay conejos y gallinas. Si contamos las cabezas son 30 y si contamos las patas son 80. ¿Cuántos conejos y gallinas hay?

De este problema la ecuación llega a ser la siguiente:

+ ?

=

(cabezas) Conejos	+	(cabezas) gallinas	=	30 cabezas
(4 patas) Conejos	+	(2 patas) gallinas	=	80 patas

Esta ecuación algebraicamente la podemos escribir así:

Ecuación **1** $\longrightarrow$ $C \quad + \quad G$

Ecuación **2** $\longrightarrow$ $4C + \quad 2G \quad = 80$

En este caso a las letras ***C*** y ***G*** llamaremos ***INCOGNITAS*** ya que no sabemos cuántas gallinas ni conejos existen.

Utilizando el método de sustitución tememos 4 pasos.

1) Se despeja en una de las ecuaciones una incógnita, por ejemplo la incógnita ***G*** de la ecuación (1) y se tiene:

Ecuación **3** $\longrightarrow$ $C \; = \; 30 - \; G$

Despejando ***G*,** observamos que formamos una tercera ecuación.

Ojo ¡entendemos por despejar dejar solo a una la incógnita!

2) Sustituimos en la otra ecuación (2cuación 2) la expresión obtenida (30 – *G*) para la incognita "*G*" de la ecuación (3), para que quede reducida en la otra incognita.

Ecuación **2** $\longrightarrow$ $4C \quad + \quad 2G \quad = 80$

Ecuación **4** $\longrightarrow$ $4\,(30 - G) \; + \; 2G \; = 80$

Reemplazando (30 - G) por la incógnita C, se obtiene una cuarta ecuación.

3) Resolvemos la nueva ecuación (4), la cual nos dará el valor de una incógnita.

Ecuación 4 $\longrightarrow$

$$4\,(30 - G) + 2G = 80$$
$$120 - 4G + 2G = 80$$
$$-4G + 2G = 80 - 120$$
$$-2G = -40$$
$$G = \boxed{\frac{-40}{-2}}$$

Realizamos operaciones algebraicas de multiplicación y reducción de términos semejantes.

RESPUESTA $\longrightarrow$ $\boxed{G = 20}$

4) Sustituimos el valor obtenido (G = 20) en la ecuación (3), para hallar el valor de la incógnita "*C*".

Ecuación 3 $\longrightarrow$ $C = 30 - G$

Reemplazamos

$C = 30 - 20$

RESPUESTA $\longrightarrow$ $\boxed{C = 10}$

De esta manera encontramos las respuestas de nuestro problema, entonces podemos decir que en el corral existen 20 gallinas y 10 conejos.

b) METODO DE IGUALACIÓN

De la misma forma para estudiar este método utilizaremos el ejemplo anterior y así podrás notar la diferencia.

En un corral hay conejos y gallinas. Si contamos las cabezas son 30 y si contamos las patas son 80 ¿Cuántos conejos y gallinas hay?

De este problema la ecuación llega a ser la siguiente:

 +  = ?

(Cabezas)Conejos	+	(cabezas) gallinas	=	30 cabezas
(4 patas)Conejos	+	(2 patas) gallinas	=	80 pata

Esta ecuación algebraicamente la podemos escribir así:

Ecuación 1 $\longrightarrow$ $C + G = 30$

Ecuación 2 $\longrightarrow$ $4C + 2G = 80$

Utilizando el método de igualación tememos 4 pasos.

1) Se despeja una de las incógnitas en las dos ecuaciones.

En este caso despejaremos la incógnita ***G*** de ambas ecuaciones y al mismo tiempo obtendremos la ecuación (3) y (4).

Ecuación 1 $\longrightarrow$ $C + G = 30$

$G = 30 - C$ *Ecuación* $\longrightarrow$ 3

Ecuación 2 $\longrightarrow$ $4C + 2G = 80$

$G = \boxed{\dfrac{80 - 4C}{2}}$ *Ecuación* $\longrightarrow$ 4

1. Se igualan las dos expresiones obtenidas. O sea la ecuación (3) y (4) y obtendremos la ecuación (5).

$$30 - C = \boxed{\frac{80 - 4C}{2}} \longrightarrow \textit{Ecuación } 5$$

2. Se resuelve la ecuación (5), obteniendo el valor de una incógnita.

$$2\,(30 - C\,) = 80 - 4C$$

$$60 - 2C = 80 - 4C$$

$$-2C + 4C = 80 - 60$$

$$2C = 20$$

$$C = \boxed{\frac{20}{2}}$$

RESPUESTA ⟶ $\boxed{C = 10}$

3. Se reemplaza el valor de la incógnita obtenida en la ecuación (3) ó (4) y se determina el valor de la otra incógnita..

$$G = 30 - C \longrightarrow \textit{Ecuación } 3$$

$$G = 30 - 10$$

RESPUESTA ⟶ $\boxed{G = 20}$

En el corral hay 20 gallinas y 10 conejos.

Así comprobamos que utilizando este método de igualación también llegamos a la misma respuesta.

Y como te decíamos anteriormente, estos métodos te ayudarán a resolver problemas algebraicos de forma más fácil. Pero para resolver problemas matemáticos por medio del álgebra es necesario traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico. A continuación se muestran algunos ejemplos de expresiones en lenguaje común traducidas a lenguaje algebraico:

Lenguaje común	**Lenguaje algebraico**
un número incrementado en cuatro	X + 4
dos veces un número	2X
un número menos cinco	X – 5
a nueve se le resta un número	9 – X
un octavo de un número	$\frac{X}{8}$
tres veces un número más dos	3X + 2
seis veces un número menos cuatro	6X – 4
tres veces la suma de un número más cinco	3 (X + 5)
el triple de un número al cuadrado	$3X^2$

En algunas ocasiones, en un problema dos números se relacionan de tal manera que uno de los números los podemos representar como una variable y el otro número como una expresión que contiene tal variable, por ejemplo:

Frase	1er. número	2do. número
yo gano tres veces más que tu	X	3X
dos enteros consecutivos	X	X + 1
la suma de 2 números es diez	X	10 - X
tu mides 5 cm. menos que yo	X	X - 5
un número aumentado en 10%	X	X + 0.10X

EJERCICIO 1

Indica las expresiones algebraicas de las siguientes frases:

a. El triple de un número.
b. El cuadrado de un número menos dos.
c. La suma de dos números.
d. La diferencia de los cuadrados de dos números.
e. La mitad de un número.
f. El cuádruple de un número.
g. La suma de un número y su cuadrado.
h. El doble de un número menos cinco.
i. La tercera parte de un número.
j. El cuadrado de la suma de dos números.
k. El doble de la suma de tres números
l. El triple de la raíz cuadrada de un número

EJERCICIO 2

Seleccione una variable para representar la primer cantidad y la segunda mediante una expresión en términos de la primera:

a. Eustolia es 4 años mayor que Juan.
b. Este camión va 1.5 veces más rápido que el anterior.
c. Salomé tiene $10 más que el doble del capital de Pablo.

Ahora, compañero y compañera, sabemos que estás preparado para resolver los siguientes problemas que muchas veces se presentan en la vida diaria.

TALLER

En primer lugar, se dividirá a los estudiantes en dos grupos, de cada grupo se elige a 5 representantes cuyas edades de los alumnos del primer grupo son: A,B,C,D y E, del segundo grupo son: V,W,X,Y y Z.

Con estos datos, cada grupo remplaza en las siguientes ecuaciones, es decir, se halla el valor numérico.

Para el 1er grupo:	Para el 2do grupo:
$A . B -2 (C +D) + E = \ldots\ldots\ldots$	$Y . Z \ . \ X - 3V + 2W = \ldots\ldots\ldots$
$\frac{[(B . 2) + 10]}{2} -3E + AC = -2C + \ldots.$	$\frac{[(X . 2) + 20]}{2} + 2XV - YZ = -X + \ldots\ldots$

Cada grupo calculará el resultado y anotará en los puntos suspensivos.

Luego se intercambiarán las ecuaciones con los resultados y los valores de las letras asignadas, pero se dejará como incógnitas del primer grupo las letras A y D, y del segundo grupo las letras V y Y. De tal forma que queden dos ecuaciones con dos incógnitas que el grupo contrario debe hallar.

Educación Secundaria de Jóvenes y Adultos

MÓDULO 1

RESOLVIENDO PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA CON LA MATEMATICA

UNIDAD TEMATICA 3

ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

INDICADOR

Utiliza los conocimientos de geometría plana en la construcción y medida de la superficie en su actividad cotidiana.

1. PERÍMETRO Y ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

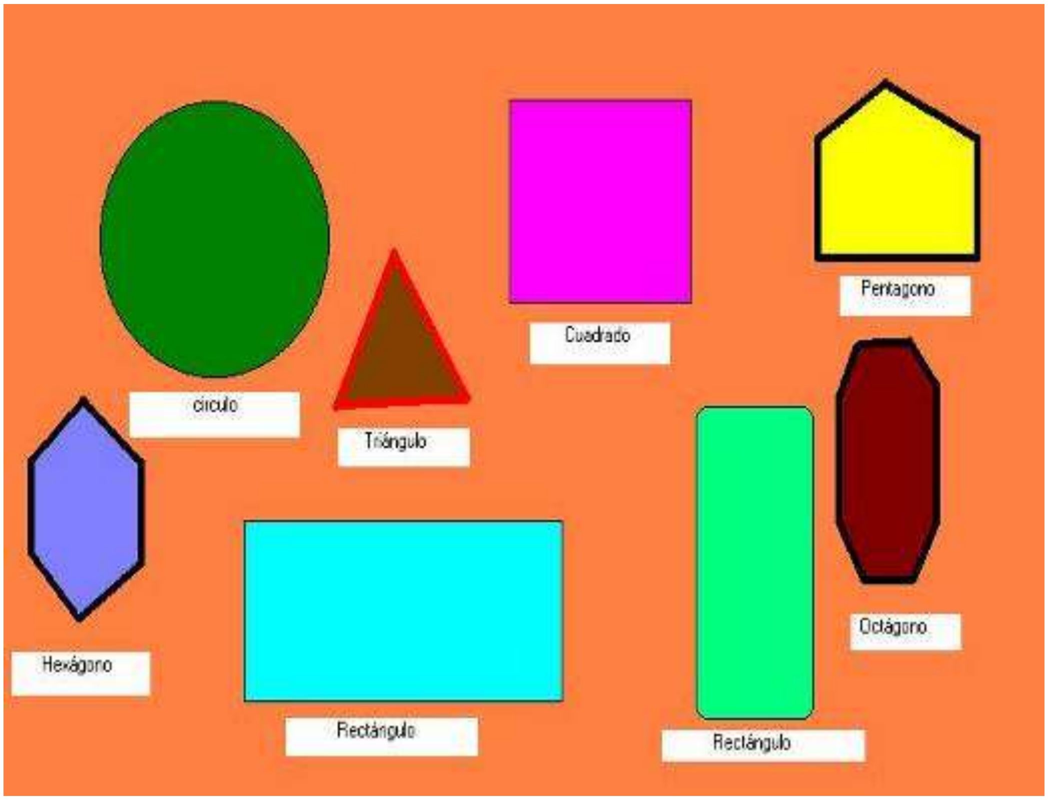
Razona acerca de las siguientes preguntas:

2. ¿Qué forma poligonal presentan los panales de las abejas?
3. ¿Es posible cubrir el plano con cuadrados iguales? ¿Y con rectángulos?
4. ¿Es posible recubrir el plano utilizando únicamente pentágonos regulares?

Ahora integraremos o aplicaremos nuestros conocimientos adquiridos del algebra y en especial de las ecuaciones para poder calcular los perímetros y superficies de algunas figuras y así podremos resolver problemas de la vida cotidiana.

Ahora nos toca estudiar parte de la geometría: veremos cómo se calcula el perímetro y área de figuras regulares e irregulares.

Pero antes recordaremos algunas figuras geométricas que ya conociste y estudiaste en cursos anteriores.



Y sabemos que en nuestro medio a diario vemos este tipo de figuras, ya sea en las pelotas, edificios, metro, ventanas, puertas, cerros, montañas etc.

Si miras bien, están bien detalladas las líneas, cada forma que presenta esta foto.

¿Qué es un polígono?

Polígono es una figura plana cerrada que tiene tres o más ángulos y tres o más lados. Los elementos de un polígono son los lados, los vértices, los ángulos y las diagonales.

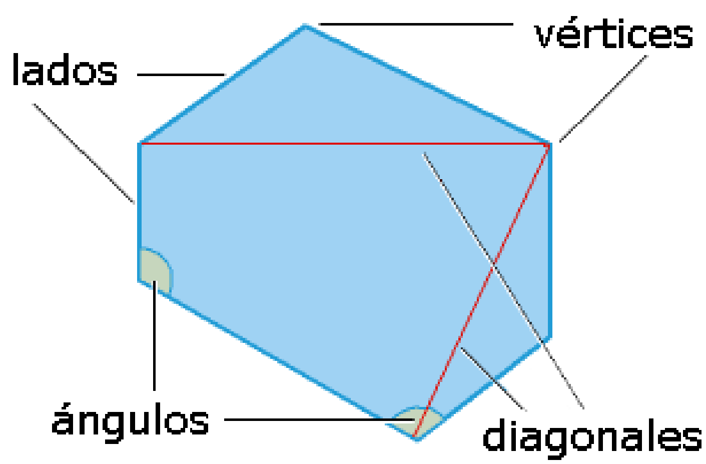
Los **lados** son los segmentos rectilíneos que definen al polígono.

Los **vértices** son los puntos donde se cortan los lados dos a dos.

Los **ángulos** son las regiones comprendidas entre cada par de lados.

Las **diagonales** son los segmentos que unen cada pareja de vértices no consecutivos.

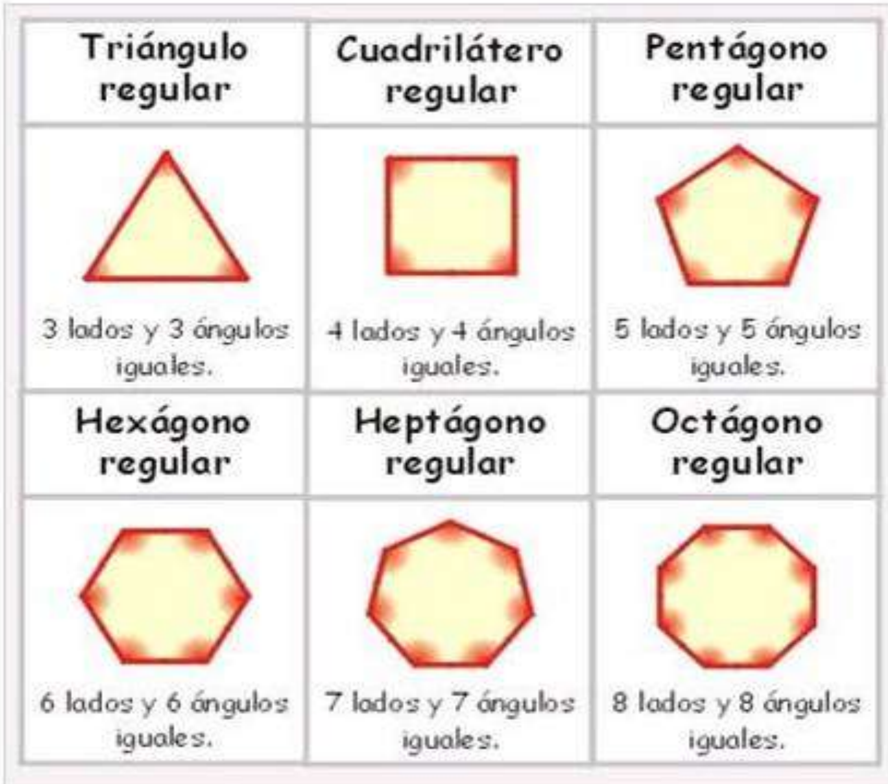
Ejemplo:



Pero también existen polígonos regulares e irregulares

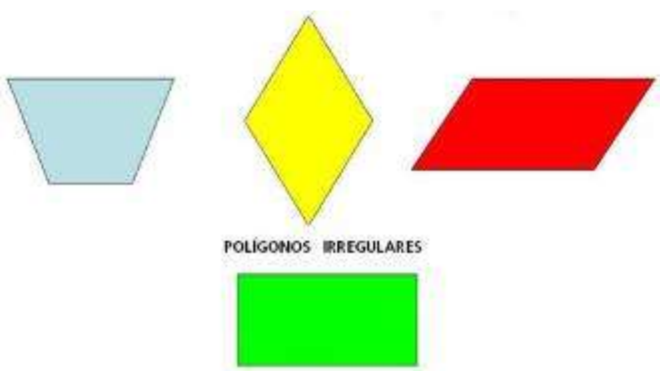
 **¿Por qué se llaman polígonos regulares?**

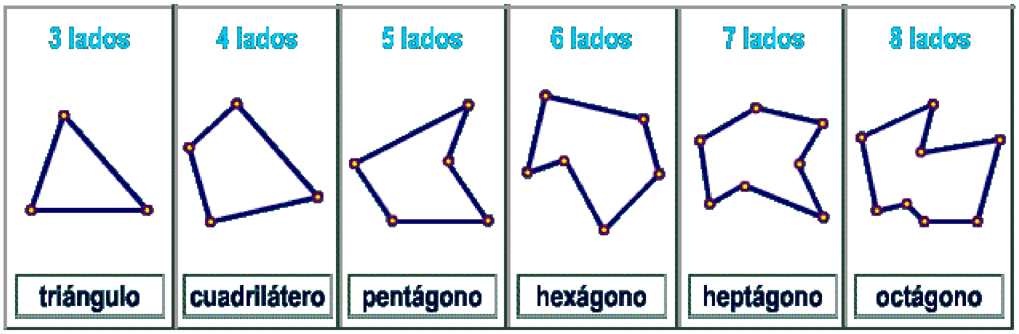
Porque tienen todos los lados y todos los ángulos iguales. Como nos muestra el siguiente cuadro:



¿Por qué se llaman polígonos irregulares?

Porque las figuras geométricas no tienen sus lados ni ángulos iguales como por ejemplo:

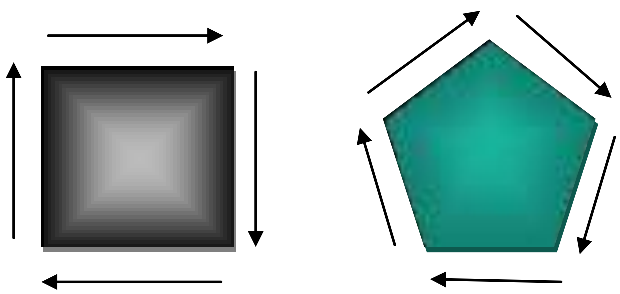




Perímetro y área de figuras planas

Podemos calcular el perímetro y área de las figuras planas con la ayuda de una ecuación algebraica.

a) **Perímetro.** La palabra perímetro deriva del griego *Peri* que significa "alrededor" y *metro*, "medida". Entonces, es fácil deducir que el **perímetro** de una figura es **la medida de su contorno**.



Si conoces las longitudes (medidas) de los lados de un polígono, el perímetro se obtiene sumándolas. Por lo tanto, no es necesario memorizar fórmulas para calcularlo. ¡Buenísimo!

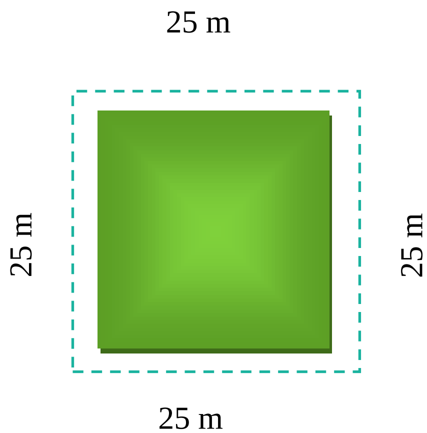
El perímetro se expresa con unidades de longitud mas propiamente en metros m .

Saber calcular el perímetro de una figura geométrica tiene múltiples aplicaciones en la práctica.

Lo primero que tienes que hacer, antes de sentarte a hacer cuentas, es analizar si la figura en cuestión es regular o no. En caso de que lo sea, como todos los lados son iguales, en lugar de sumar se puede multiplicar la medida del lado por la cantidad de lados del polígono.

Ejemplo1:

¿Cuánto alambrado necesitas para rodear un terreno de forma cuadrada si tiene 25m de lado?



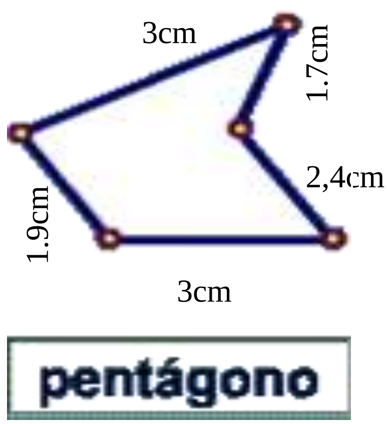
Sabemos bien que el cuadrado tiene 4 lados iguales, por tanto, en vez de

sumar 25m + 25m+ 25m + 25m = 100m, podemos multiplicar así:

4m *x* 25m = 100m

RESPUESTA. Para rodear el terreno necesitamos 100m de alambre.

Ejemplo 2: La figura nos muestra un terreno irregular.



Esta figura es un polígono irregular pero el perímetro lo calculamos de la misma forma, o sea sumando sus lados:

P = 3cm + 1,7cm + 2,4cm + 3cm +1,9cm

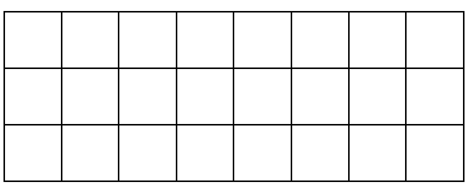
P = 12 cm

RESPUESTA. El perímetro de esta figura es de 12 cm.

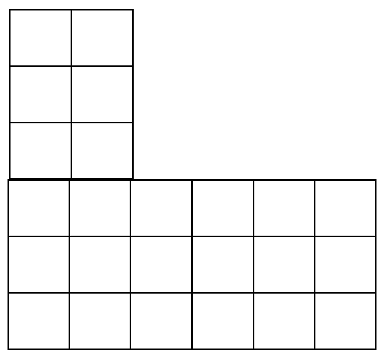
¡Ahora inténtalo tú!

- Calcula el perímetro de las siguientes figuras:

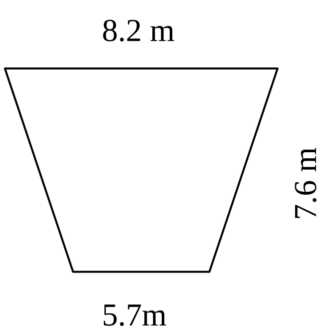
a)



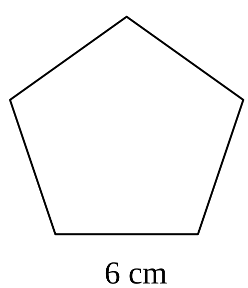
b)



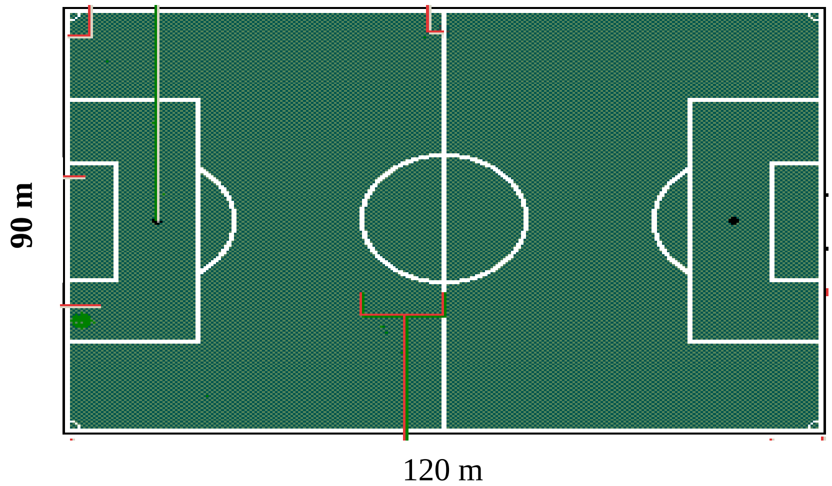
c)



d)



- La siguiente figura es una cancha de futbol.



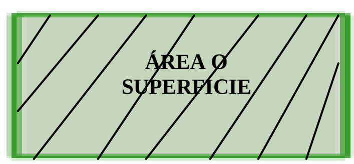
Queremos saber:

¿Cuánto de largo y alto tiene?

¿Cuál es su perímetro?

En el ***CUADRO A*** que se observa en las siguientes paáinas te mostramos fórmulas para hallar el perímetro de algunas figuras geométricas.

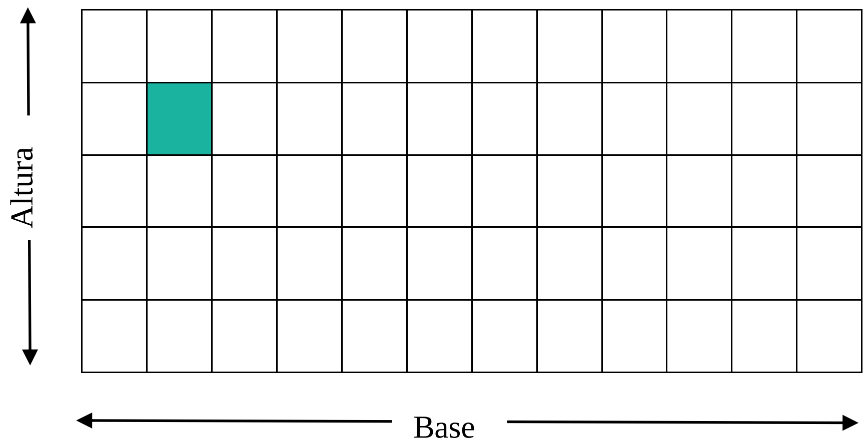
d) <u>Área o superficie</u>

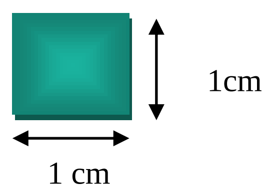


El área de una figura es la medida que representa la extensión superficial de la figura.

Para tu mejor comprensión te damos un ejemplo:

Observa la siguiente figura:





Este cuadradito mide 1 cm de cada lado, por tanto decimos que su superficie es 1 cm^2 ya que en este caso multiplicamos 1 cm x 1cm. que es igual a 1cm^2

Para medir la superficie del rectángulo **contamos** los "cuadraditos" que caben dentro de él.

La figura que observas es un rectángulo y en él caben 60 cuadraditos, esto significa que, al tomar como unidad de superficie el cuadrito, la medida del rectángulo es 60 "cuadritos".

Si quieres evitar tener que contar uno a uno los cuadritos puedes realizar esta operación:

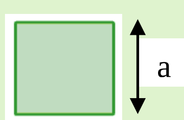
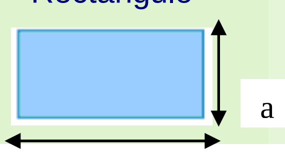
Medir el área (superficie) de una figura plana es hallar el número de veces que dicha figura contiene a otra que se toma como unidad.

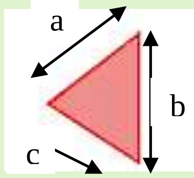
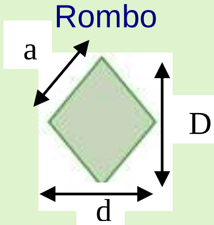
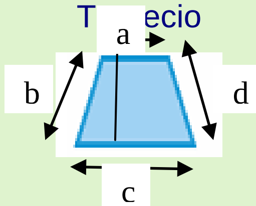
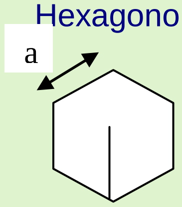
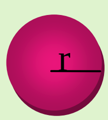
12 *x* 5 = 60 Cuadritos

"cuadritos" de la base "cuadritos" de la altura

Dibuja en el cuadro todas las figuras geométricas que recuerdes:

A partir del razonamiento y los dibujos, a continuación podrás observar varias figuras geométricas con sus respectivas fórmulas que te facilitarán hallar el perímetro y área de las mismas.

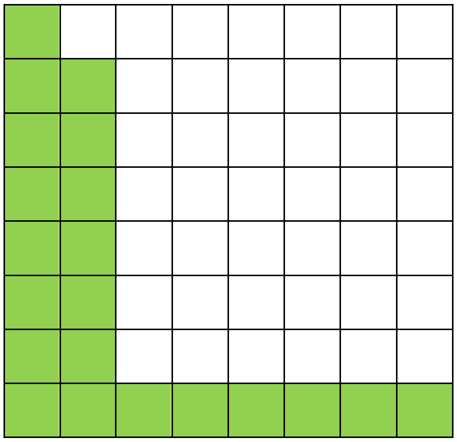
Figura	**Area**	**Perímetro**
Cuadrado 	$A = a^2$	$P = 4a$
Rectángulo 	$A = b.h$	$P = 2\ (a + b\ )$

b Triángulo 	A = bh/2	P = a + b + c
Rombo 	A = Dd/2	P = 4a
T ecio 	A = (a+c) . h /2	P = a + b + c + d
Hexagono 	A = 6 a . b /2	P = 6 . a
Círculo 	$A = \pi . r^{2}$	$P = 2r.\pi$

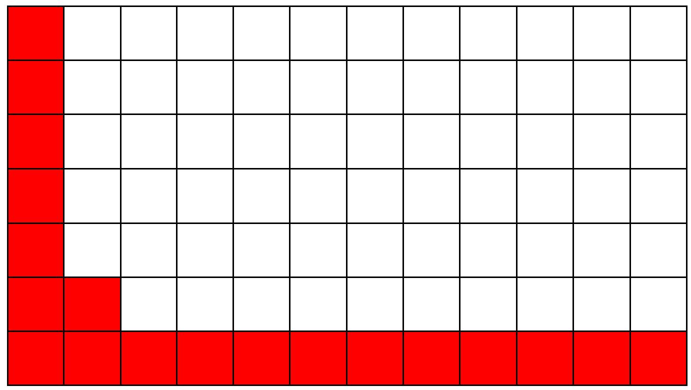
Ejemplo 1:

Un albañil tiene que terminar de poner azulejos en dos paredes en la que ya ha colocado algunos.

a) Pared 1



b) Pared 2



1. ¿Cuánto mide la base de la pared 1? Resp. Mide 8 dm^2
2. ¿Cuánto mide la base de la pared 2? Resp. Mide 12 dm^2.
3. ¿Cuál es la altura de la pared 2? Resp. 7dm^2
4. Si cada azulejo mide 1 dm^2 ¿Cuál es el área de cada pared?

Pared 1
Tiene lforma cuadrada, por tanto utilizando la fórmula, es:

$$A = a^2$$

Entonces altura es igual a lado elevado al cuadrado:
Reemplazando tenemos:

$$A = (8dm)^2$$

Haciendo operaciones resulta:

$$A = 64dm^2$$

Decimos que el área de la ***pared 1*** es de 64dm^2

Pared 2
Esta tiene la forma de un rectángulo, utilizando la formula tenemos:

$$A = b \; . \; h$$

Esto significa que la altura es igual a la base por la altura.
Reemplazando tenemos:

$$A = 12dm \; . \; 7dm$$

Haciendo operaciones resulta:

$$A = 84dm^2$$

Decimos que el área de la ***pared 2*** es de 84dm^2

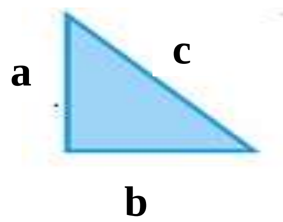
Ejemplo 2

Un triángulo tiene las siguientes medidas.

a = 4m

b = 3m

c= 5m



Quiero saber el perímetro del triangulo. La fórmula es: P = a + b + c

Reemplazamos las letras por los valores dados.

P = 3m + 4m + 5m

P = 12m

¿ Y cuánto es la superficie o área?

Si la fórmula del triangulo es: $A = \frac{a.b}{2}$

Entonces reemplazamos: A= $\frac{3m. \ x \ \ 4m}{2}$ = $6m^2$

RESPUESTA. El perímetro del triangulo 12m y su área es $6m^2$

Ejemplo 3

Ahora fíjate en el siguiente ejercicio que parece más difícil pero no lo es:

 Se trata de un **POLÍGONO REGULAR**

En cualquier polígono regular podemos dibujar tantos triángulos en su interior como lados tenga el polígono. Todos los triángulos dibujados tienen un vértice común que es el centro del polígono.

El área de cada uno de esos triángulos será:

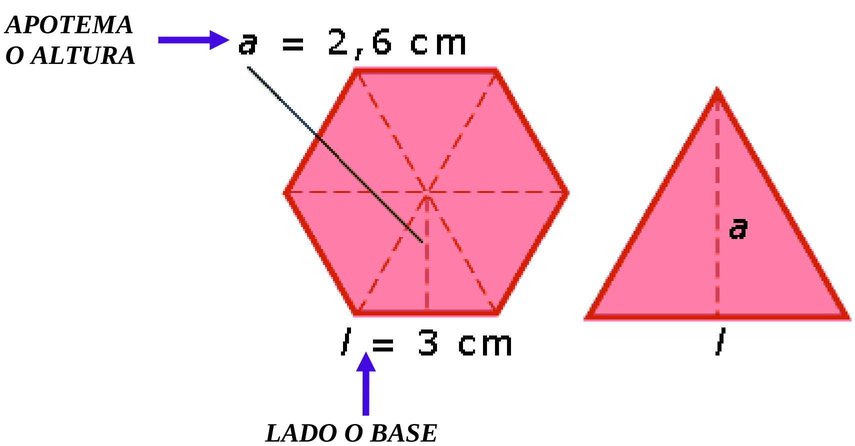
$$A = \frac{1}{2} \times base \times altura$$

Siendo la "base" el lado **(*l*)** y la "altura" la **apotema (*a*)** del polígono:

Entonces se tiene:

$$A = \frac{1}{2} \times l \times a$$

Ejemplo:



El **área** del polígono será la suma de las áreas de los *n* triángulos, o sea del numero de triángulos que resulte al dividir el polígono, seis en el caso del hexágono de la figura que ves en la parte superior:

La fórmula resulta:

N° de lados del hexágono(6)

$$A_{total} = 6 \times \left(\frac{1}{2} \times l \times a \right)$$

Y sustituyendo los valores del lado y de la apotema en nuestro caso, tendremos:

$$A_{total} = 6 \text{ x } \left(\frac{1}{2} \text{ x } 3 \text{ x } 2{,}6\right) = 23{,}4 \text{ cm}^2$$

En general, para un polígono regular de *n* lados, su área se calcula así:

$$A = n \times \left(\frac{1}{2} \times \text{longitud del lado} \times \text{apotema}\right)$$

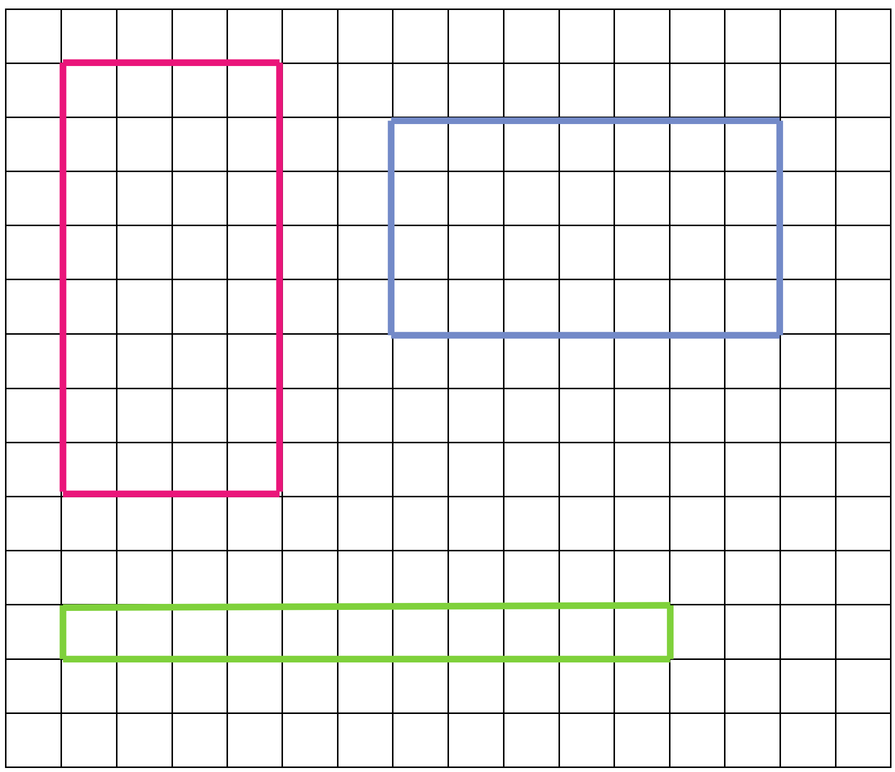
FORMULA GENERAL

Ahora inténtalo tu utilizando las respectivas fórmulas.

EJERCICIOS

1. Juan quiere hacer un corral para sus gallinas que tenga forma de rectángulo. Tiene 24m de tela metálica para hacer la cerca, pero no ha decidido la longitud de los lados.

Juan ha dibujado en un papel cuadriculado algunas posibles soluciones. Calcula el perímetro y área de cada figura.



Si suponemos que cada gallina ocupa un cuadrito, ¿crees que en todos los corrales diseñados caben las mismas gallinas?, ¿en cuál cabe más y en cuál menos?

2. De una hectárea de terreno quiero ocupar 30m de ancho y 70m de largo para abonar con fosfato y luego sembrar papa. Ahora quiero saber: ¿cuánto de fosfato necesito?

3.

5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras
5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras	5 libras

100m (height)

100m (width)

Si para una hectárea que es 10.000m^2 se necesita 500 libras de fosfato. podemos decir que se necesita 100 bolsas de 5 libras.

En el cálculo del área de un **POLÍGONO IRREGULAR**.

Cuando queremos sembrar papa, cebada, alfalfa, u otro pasto hacemos suturar el terreno con yunta o tractor. Si el terreno es de forma cuadrada o rectangular, se puede calcular fácilmente multiplicando lado por lado, de esta manera obtenemos la superficie total de terreno roturado en metros cuadrados (m^2).

Superficie del terreno

$S = L^2$ (L = Lado)

$S = L \; x \; L$ (S = Superfície o area)

Pero muchas veces se presentan terrenos irregulares deformes y calcular sus superficies, en esos casos, no es tan fácil. Sin embargo, es necesario conocer su tamaño para poder calcular cuánta semilla se va tener que aplicar.

RECUERDEN:

Una hectárea tiene una superficie de 10.000 metros cuadrados, o sea, una hectárea 100m. por 100m.

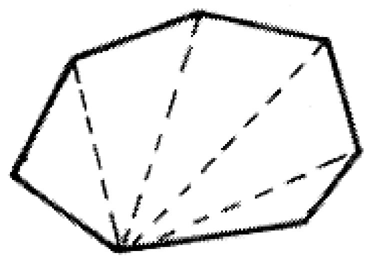
Y las cantidades de semillas que necesitamos por hectáreas para los cultivos más corrientes en nuestro departamento son las siguientes:

CANTIDADES DE SEMILLA NECESARIA PARA UNA HECTÁREA

Son cantidades aproximadas:

Papa	=	25 quintales /Ha
Zanahoria	=	8 Kilos /Ha
Alfalfa	=	13 Kilos /Ha
Cebada para forraje	=	120 kilos /Ha
Cebada para Grano	=	100 Kilos /Ha

Un terreno irregular puede ser así.

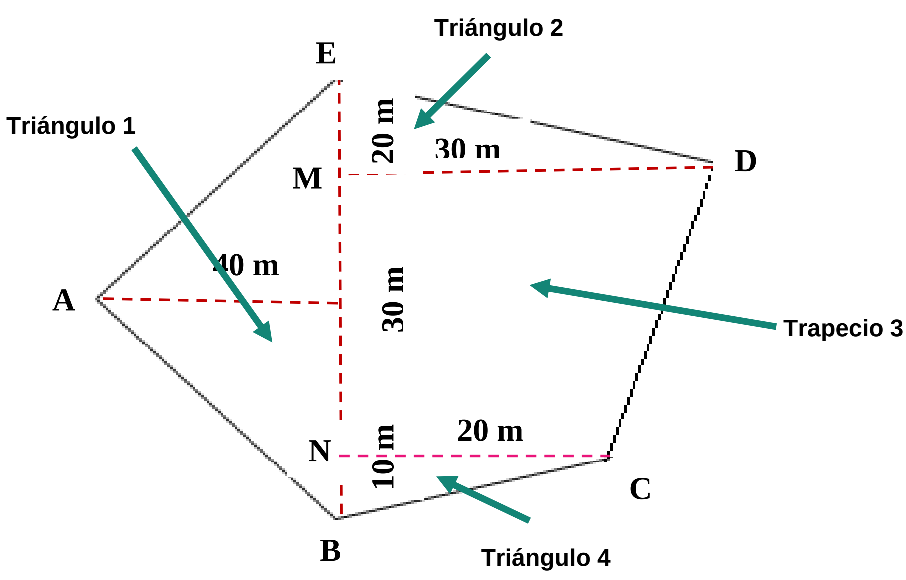


¿Cómo se calcula la superficie de un terreno irregular?

El área de un terreno de forma irregular se puede hallar descomponiendo el polígono en otras figuras: en triángulos, rectángulos, trapecios, etc.

Para hallar su área lo más frecuente es descomponer en trapecios y en triángulos como se muestra en la figura.

Así, la figura que observas es un pentágono **ABCDE** y dividiendo en triángulos y trapecios tenemos los vértices **MN.**



Con los datos de la figura se tienen las siguientes áreas:

- ✓ Del ***triangulo 1*** (ABE) utilizamos la formula: $A_{TRIAN} = \dfrac{Base\ x\ Altura}{2}$

Remplazando datos tenemos $A_1 = \frac{60\ m \ x\ 40\ m}{2} = 1200\ m^2$

- ✓ Del ***triangulo 2*** (EDM)

Reemplazando datos tenemos: $A_2 = \frac{20\ m \ x\ 30\ m}{2} = 300\ m^2$

- ✓ Del ***trapecio 3*** (MDCN) utilizamos la fórmula:

$$A_{TRAP} = \frac{base\ mayor + base\ menor}{2} x\ altura \quad (h)$$

Reemplazando datos tenemos: $A_{TRAP} = \frac{30\ m + 20\ m}{2} x\ 30m = 750\ m^2$

- ✓ Del ***triangulo 4*** (MCB) = $\frac{10m\ x\ 20m}{2} = 100\ m^2$

Una vez obtenidas las áreas de las diferentes figuras se suman las mismas.

Área del polígono = 1200 + 300 + 750 + 100 = 2350 m^2

RESPUESTA. *El área del terreno irregular es de 2350m^2*

Conociendo la superficie del terreno, podemos calcular la cantidad de semilla que se puede utilizar para sembrar cebada forrajera, o implantar alfalfa, etc. Ejemplo:

Quiero sembrar alfalfa en este terreno irregular.

Sabemos que para 10.000 m^2 1 (hectárea) se necesita 120 kilos de semilla de cebada para forraje.

¿Cuántos kilos se necesitará para 23,5 metros cuadrados?

Eso se calcula con la regla de tres.

$$10000\ m^2 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 120\ Kg$$

$$2350\ m^2 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ X$$

Realizando operaciones tenemos:

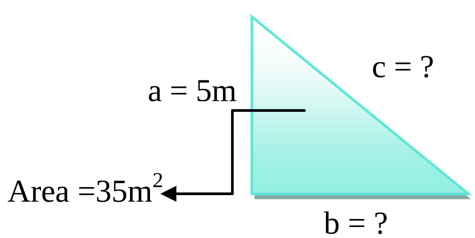
$$\frac{2350\ m^2 \ x\ 120\ Kg}{10000\ m^2} = 28,2\ Kg$$

Entonces para 2.350 m^2 se necesita 28,2 Kg de semilla de cebada.

Ejercicios con la aplicación de las reglas algebraicas

A veces la fórmula o una ecuación no nos da precisamente la información que necesitamos. En otras palabras, la fórmula nos hace conocer lo que ya sabemos y ocultar lo que buscamos.

P.ej., si conocemos de un triángulo la longitud de su lado a y también su superficie o área.



Aquí nos falta conocer cuál es la dimensión del lado b.

Por lo visto, tenemos solamente la siguiente fórmula, que es de área del triángulo.

$$A = \frac{a.b}{2}$$

Y lo que conocemos en el problema que nos hemos planteado es el valor de ***A*** y de ***a***.

Aquí vamos a aplicar lo que hemos aprendido en la ficha anterior dentro de la materia del álgebra.

Intentaremos aislar el factor b, que es el factor desconocido.

$$\frac{a \ x \ b}{2} = A$$

$$a \, . \, b = A \, . \, 2$$

$$b = \frac{A \, . \, 2}{a}$$

Hemos cambiado el denominador de miembro y ahora es numerador

El multiplicado se vuelve denominador

Ahora tenemos la formula que necesitamos para calcular el valor de b.

Reemplazamos los datos conocidos por el valor dado:

$$b = \frac{35 \ \boldsymbol{x} \ 2}{5} = 14$$

RESPUESTA: el lado ***b*** tiene ***14m*** .

Para el control llenamos la fórmula del área.

$$A = \frac{a \ x \ b}{2} = \frac{14m \, . \, 5m}{2} = 35m^2 \rightarrow \text{esta es el área dada}$$

EJERCICIOS

Calcula el área de:

a) un rectángulo con lados de 12 m. y 3 m.
b) un rectángulo de ancho 5 cm. y diagonal 13 cm.
c) un rombo de diagonales 10 cm. y 12 cm.
d) un trapecio de bases 4 cm. y 10 cm. con altura de 3 cm.

Problemas de aplicación:

e) ¿Cuántos azulejos de 1dm de alto por 1 dm de ancho se necesita para cubrir una pared de 25dm de altu por 40dm de ancho?

   ¿Qué superficie tiene cada azulejo?

   ¿Qué superficie ocupa una fila de azulejos?

   ¿Cuántos decímetros cuadrados mide la pared?

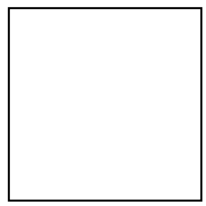
   Expresa la superficie de la pared en metros cuadrados.

f) ¿Cuál es el perímetro de un romboide en el cual uno de sus lados mide 7 cm. y el otro lado mide 3,6 cm?
g) El perímetro de un triángulo isósceles es 36 m. ¿Cuál es la medida de la base si los lados iguales miden 9 m. cada uno?
h) El área de un triángulo es 108 cm^2 y su base mide 18 cm. ¿Cuál es la medida de la altura?
i) Determina el perímetro de un rectángulo cuya área es 200 m^2 y su largo 25 m.

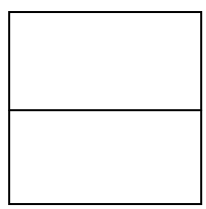
TALLER

En este taller participa todo el curso. Como instrumentos básicos se utilizará un fluxómetro, papel y lápiz.

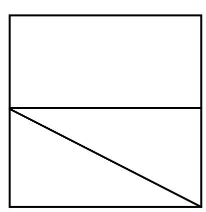
Dibujamos el plano del curso hallando el área y perímetro del aula:



Unas vez halladas área y perímetro, dividiremos el aula en dos rectángulos iguales y de estas nuevas figuras hallamos el perímetro y área.



Después dividimos uno de los rectángulos en dos triángulos iguales y nuevamente calculamos el área y perímetro de cada triángulo.



Educación Secundaria de Jóvenes y Adultos

MÓDULO 1

RESOLVIENDO PROBLEMAS DE LA VIDA DIARIA CON LA MATEMATICA

UNIDAD TEMATICA 4

ORGANIZACIONES SOCIOECONÓMICAS POPULARES

INDICADOR

Conoce la economía solidaria popular y genera las condiciones para una nueva economía en su contexto.

1. ORGANIZACIONES SOCIOECONOMICAS POPULARES

¿Que será economía solidaria y nuestra economía será solidaria?

¿Cómo crees tú que ayudaría a tu comunidad poner en práctica una Organización Socioeconómica Popular?

Todas estas formas de organización tienen una misión especial:

EL BIEN COMÚN DE SUS INTEGRANTES.

Los modelos económicos impuestos en muchos países pobres, especialmente en América del Sur, por parte de los países ricos, organismos internacionales y demás regentes de la economía mundial desde los tiempos de la colonia, en ningún momento fueron soluciones para aliviar nuestra pobreza, al contrario, lo único que realmente lograron fue abrir más aún la distancia entre ricos y pobres.

Para hacer frente a los mencionados modelos, surgió la ncesidad de crear numerosas formas de asociaciones entre personas que por diversas situaciones vieron como única forma de supervivencia el trabajo conjunto para el bienestar de todos sus integrantes. De ahí que tenemos ***microempresas*** (pequeños negocios familiares o individuales), ***cooperativas*** (varias personas que buscan un bien común en una determinada rama), y ***organizaciones informales*** (vendedores o servicios domésticos).

Algunas veces se organizan por periodos cortos, para *sobrevivencia*, como ser comités de emergencia o auxilio. Otras se organizan como una forma de mejorar su *subsistencia*, es decir periodos más o menos largos, de acuerdo al tiempo que necesiten, como los clubs de madres, programas de reparto de alimentos, etc. O también las que se conforman por periodos largos, en los que todos sus miembros se meten de lleno a su actividad y buscan crecer, como las cooperativas.

Estas organizaciones tienen muchos puntos en común, puesto que todas buscan la mejora de la calidad de vida de sus miembros, también podemos mencionar que su efectividad se puede dar tanto en las ciudades como en los pueblos pequeños, puesto que solo se necesita que todos pongan de su parte para el éxito.

Todos sus integrantes con el tiempo aprenden el valor del trabajo conjunto. Las posibilidades de crecimiento se incrementan cuando todos participan, de ahí que podemos decir que estas organizaciones se basan en la democracia participativa, pues todos tienen las mismas obligaciones y los mismos derechos, sin discriminación alguna: todos pueden beneficiarse con mejores semillas, mejores mercados para sus productos, mejores salarios, etc.

Estas, como todo tipo de organizaciones, además de beneficios también tienen limitaciones y riesgos, como por ejemplo, cuando no existe el suficiente dinero para seguir invirtiendo o ampliar la producción. También un problema muy común es la falta de una buena administración del dinero, lo que lleva a problemas internos y, a veces, hasta la desaparición de la organización. La falta de mercados es otro problema, así como la realidad de no ser competitivos con empresas grandes.

Muchas veces los problemas parecen tan grandes que pueden creer que no hay soluciones, pero los miembros deben entender que solo la UNION les hará fuertes y más difíciles de derrotar.

2. ECONOMÍA POPULAR SOLIDARIA

Para el establecimiento de una de estas organizaciones, es necesario tomar en cuenta algunos puntos de entendimiento:

i. PARTICIPACION LIBRE. Puede entrar cualquier persona con deseos de ayudar a sus compañeros.

ii. DECISIONES ENTRE TODOS. Las decisiones no solo deben ser tomadas por los asesores sino por todos los miembros.

iii. ESTUDIO Y DISCUSIÓN. Antes de tomar decisiones es preciso que se sienten a estudiar y discutir los detalles de las propuestas.

iv. COOPERACION ENTRE GRUPOS. Los grupos aislados son débiles, no así si todos están unidos.

v. BENEFICIOS Y SERVICIOS. El dinero no debe ser primordial, el dinero no lo es todo.

vi. LOS EXCEDENTES SON DE TODOS. Los beneficios son para todos.

vii. TRABAJO CON LA NATURALEZA. La naturaleza es parte fundamental para nosotros, por eso no debemos romper el equilibrio con ella.

viii. RESPETO A LA CULTURA. Cada pueblo tiene su forma de organización, por lo tanto debe ser respetado.

ix. INTEGRACIÓN AL PUEBLO. Como somos parte de un pueblo, debemos trabajar con el pueblo para el pueblo.

La Economía Popular Solidaria en su esencia es otra opción frente a los modelos económicos ya comunes como el capitalismo (se procura el *desarrollo individual*) o el socialismo (desarrollo de todas las *personas de una colectividad*), donde su finalidad es el beneficio de un grupo *determinado de personas*.

En estas organizaciones se trabaja en los cinco grupo tradicionales (Categoría trabajo, Categoría de conocimientos, Categoría de Recursos materiales, Categoría de financiamiento), más la Categoría Comunitaria, donde todos los resultados se ven en la comunidad.

3. EL CONSUMO Y EL MERCADO SOLIDARIO

El consumo es la utilización de los bienes y servicios para la satisfacción de necesidades. Tenemos a los que están orientados a la satisfacción fisiológica, es decir, comida, vestimenta, vivienda, etc. y los servicios culturales, como ser la educación y ramas afines.

El MERCADO SOLIDARIO es lo contrario de un mercado tradicional, donde las reglas de juego la ponen las grandes empresas multinacionales, dejando de lado a los pequeños y medianos productores, porque no pueden hacerle competencia. En cambio, el mercado solidario trata de pagar precios por los productos que compran de campesinos o pequeños productores que a la vez tratan de ofrecer un buen producto.

Una Organización Socioeconómica Popular trata de crear conciencia en los integrantes de estas organizaciones, en la distribución de lo que se gana, buscando un equilibrio entre lo económico y lo social, enseñándoles como administrarse, como hacer un buen producto, con presentaciones de calidad para tratar de exportar a otros países.

La distribución de excedentes es otro de los puntos clave para el éxito de estas organizaciones, donde participan todos. En algunas se ven interesantes formas de distribución, como por ejemplo: destinar el 50% de todo para aumentar el capital y el otro 50% se distribuye entre todos, o destinarlo a ahorro para una futura reinversión y hacer crecer su organización.

También debemos mencionar que cada organización debe tener retos para su futuro próximo, como ser:

- Retos organizativos: Tratar de asociar al máximo de las organizaciones del sector que existan en el pueblo.
- Retos financieros: Tener buen ahorro de capital para autoabastecerse y hacer un buen manejo de los dineros de la organización.

- Retos educativos: Concientizar y educar a los sectores populares para crear su propia economía solidaria.
- Retos productivos: Asumir de manera constante que deben mejorar la calidad de sus productos.
- Retos de mercado: Estar siempre en busca de nuevos mercados.

4. ESTRUCTURA Y FUNCIONAMIENTO DE UN ORGANIZACIÓN SOCIOECONÓMICA POPULAR.

Las organizaciones populares constituidas por unidades económicas tienen diferentes estructuras y modos de funcionamiento, y proceden depende a su actividad. Dentro de las estructuraS de una organización popular se incluye el organigrama, la descripción de tareas y necesidades, procedimientos y reglamentos, mecanismos de coordinación y comunicación.

Un ejemplo de cómo puede ser formada la estructura de una organización popular, con varios miembros es el siguiente:

x. Una asamblea.
xi. Consejo de Administración.
xii. Consejo de Vigilancia.
xiii. Comisiones.
xiv. Departamentos de trabajo.
xv. Otros.

TALLER

Reúne a tus compañeros de curso e intenten iniciar una Organización Socioeconómica Popular en base a alguna actividad que tengan en común: como intentar reunir entre todos un quintal de chuño y venderlo en el mercado, repartir las ganancias en partes iguales y discutir sobre los resultados buenos y malos.